

TD. Probabilités et Statistiques Série 3

Exercice 1

Au casino, un joueur décide de miser sur un même numéro (ou série de numéros), jusqu'à ce qu'il gagne. Sa mise initiale est $a > 0$, le numéro qu'il joue a la probabilité p de sortir à chaque partie et il rapporte k fois la mise, $k \in \mathbb{N}^*$.

Calculer l'espérance mathématique du gain G de ce joueur qui double sa mise à chaque partie.

Exercice 2

Lors d'un examen oral, on vous demande de tirer les trois sujets que vous aurez à traiter dans une urne qui en contient dix. Parmi ces dix sujets, il y en a 4 que vous ne connaissez pas.

Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de sujets qui vous seront inconnus à l'issue de ce tirage.

- 1) Calculer les probabilités des différentes valeurs possibles de X
- 2) En déduire $E(X)$.

Exercice 3

Soit X une v.a. de loi binômiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,1$.

- 1) Calculer les probabilités suivantes : $\mathbb{P}(X = 5)$, $\mathbb{P}(X \leq 2)$, $\mathbb{P}(X = 1, 5)$ et $\mathbb{P}(3 \leq X \leq 4)$.
- 2) Calculer $\mathbb{P}(X = 15)$ dans le cas où $p = 0,9$.

Exercice 4

Si X est une v.a. de loi de Poisson de paramètre $\lambda = 5$.

- 1) Calculer les probabilités $\mathbb{P}(X = 6)$, $\mathbb{P}(X < 4)$
- 2) Calculer les probabilités $\mathbb{P}(X \geq 5)$ et $\mathbb{P}(\frac{\pi}{2} < X < 2\pi)$.

Exercice 5

Un journaliste se voit remettre une liste de personnes à interviewer. Il doit interroger 5 personnes au moins.

Les interviewés potentiels n'acceptent de parler qu'avec une probabilité de $\frac{2}{3}$, indépendamment les uns des autres.

- 1) Quelle est la probabilité qu'il puisse réaliser ses 5 entretiens si la liste compte 5 noms ?
- 2) Et si la liste compte 8 noms ?

Exercice 6

La durée de vie X en années d'une télévision suit une loi exponentielle de densité

$$f(x) = \frac{1}{8}e^{-\frac{x}{8}}, \quad x \geq 0$$

- 1) Calculer la probabilité que la télévision que vous venez d'acheter ait une durée de vie supérieure à 8 ans.
- 2) Vous possédez une telle télévision depuis 2 ans. Quelle est la probabilité que sa durée de vie soit encore de 8 ans à partir de maintenant ? Conclusion.
- 3) Quelle est la durée de vie moyenne $E(X)$ d'une télévision? Et la variance de cette durée de vie?

Exercice 7

Sur une route principale où la vitesse est limitée à 80 km/h, un radar a mesuré la vitesse de toutes les automobiles pendant une journée.

En supposant que les vitesses recueillies soient distribuées selon une loi normale avec une moyenne de 72km/h et un écart-type de 8 km/h.

- 1) Quelle est la proportion de conducteurs qui devront payer une amende pour excès de vitesse?
 - 2) Sachant qu'en plus de l'amende, un excès de plus de 20 km/h implique un retrait de permis, quelle est la proportion des conducteurs qui vont se faire retirer le permis parmi ceux qui vont avoir une amende?
-